"QUEST FOR TRUTH" スピンオフ企画

FROM MATHEMATHICS ROOM
数楽通信 *Vol. 12*

発行日：平成 29 年 10 月 6 日

♧

研究推進部：大城　英暉

自分の進む道を
知っている者に、
世界は道を譲ってくれる。

ディビッド・スター・ジョーダン（学者／アメリカ）

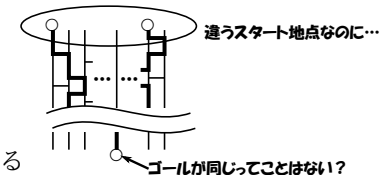
前々回同様, またしても Quest を中間テスト直前に出してしまったので, 今号の Quest は前号出題したものを引き続き掲載することにします. 締切はテスト終了後1週間位ということで, 10月13日（金）とします.

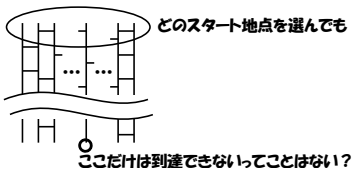
あみだくじで数学してみる①

皆さん一度はあみだくじやってみたことあるよね？担任してたときに生徒が席替えのときに利用してたのを見たことがあります. お手軽に出来るので便利だよね. さて, あみだくじについてふと疑問に思ったことがあります.（皆さんが疑問に思ったことがあるかはわかりませんが(^^;)）それは

① 違うスタート地点から同じゴールになることはないのか？
② どのスタート地点を選んでも, たどり着けないゴール地点が生じることはないのか？

と言うものです.

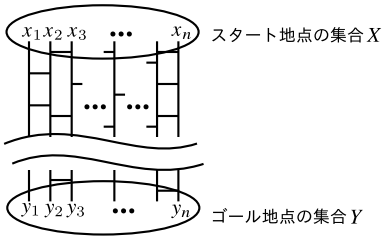




まぁ,　経験則から言えば

① 違うスタート地点からは必ず違うゴールに入る
② どのゴール地点も, そこに至るスタート地点がかならずある

となっているはず.（現実のあみだくじで困ったことないでしょ？）ところがいざ説明しようと思っても, 説明しづらい. で, 数学を使った説明を試みよう.



ちょっと準備をしましょう. スタート地点を集めたものを集合 X, ゴール地点の集合を Y とすると, あみだくじによって X から Y への対応が作られます. この対応のことを "写像" と呼びます. 写像についていくつか定義などを行います.

f が集合 X から集合 Y への写像であることを $f : X \to Y$ と書きます. また写像 f によって X の要素 x が Y の要素 y に対応することを $f : x \mapsto y$ と書いたり, $y = f(x)$ などと書きます. また X のことを f の定義域, Y を f の終域と呼びます.

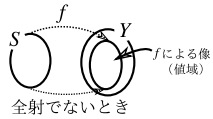
[定義] $f : X \to Y$ で, X の任意の2つの異なる要素 x_1, x_2 に対して $f(x_1) \neq f(x_2)$ のとき, f を「単射」という.

[定義] $f : X \to Y$ で, Y の任意の要素 y に対して, $y = f(x)$ となる X の要素 x が存在するとき, f を「全射」という.

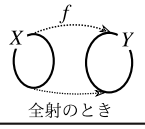
写像 f が単射でかつ全射のとき, f は全単射であるという.

ちょっと長くなってますが･･･, 上の定義に従うと, 最初に私が述べた疑問は次のように書ける:

あみだくじ（で作られた写像）は全単射であるか？



全射でないとき



全射のとき

これに対して経験則からは あみだくじ（で作られた写像）は全単射である—(A). これを次回説明してみよう. 今回は準備で終わった(^^;). まだちょっと足りないけど. なお, この説明（証明）は Quest とはしませんが, もし, 証明できたら是非レポートにまとめて出してみて下さい.

Quest

1から1000までの番号のついた電球それぞれに, On, Offを切り替えるスイッチがついている. はじめはすべての電球はOffの状態である. まず1の倍数の電球のスイッチをすべて切り替える. 次に2の倍数の電球のスイッチだけを切り替える. さらに3の倍数の電球のスイッチだけを切り替える. 以下同様の操作を続け, 最後に1000の倍数の電球のスイッチを切り替える. このとき, Onになっている電球は何個あるか?

【10月13日（金）17:00 締切】