

FROM MATHEMATICS ROOM

数楽通信 Vol. 19

発行日：平成 30 年 1 月 30 日



研究推進部：大城 英暉

未来は、
「今、我々が何をするか」
にかかっている。

マハトマ・ガンジー（政治指導者／インド）

平成30年が明け、センター試験も終わり、高校3年生は受験シーズン真っ只中ですね。今まで学んできたことが100%発揮できますように祈念致します。それでは Quest の解答です。だいぶ間が空いちゃいましたね…。

Vol.18 の Quest

Six colors of paint are available. Each face of a cube is to be painted a different color. In how many different ways can this be done if two colorings are considered the same when one can be obtained from the other by rotating the cube?

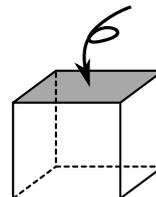
訳するとこんな感じでしょうか・・・

「使える色は6色用意されていて、立方体の各面をすべて違う色で塗る。回転させて一致する塗り方は同じとみなすとき、立方体の塗る分け方は何通りあるか..」

“くるくる回転させて、一致するもの同じものとみなす”，というときは数学Aの円順列や、その応用の数珠順列から発想を膨らませて、ある一つの色を決めて、その色は必ず上面に来るように塗る（置く）という風に考えれば良い。例えば使える色が「赤・橙・黄・緑・青・紫」の6色だとして、上面は必ず赤であるとする。

上面の色を固定すると、側面の色塗り方は円順列となるので、その前に対面の色を決める。対面の色塗り方は残り5色のうちから1色を選ぶので、5通りある。残り4色を4つの側面に塗るから、先に書いたように、その塗り方は円順列となるので、側面の塗り方は (4-1)!通り となる。

(例えば) 上面は必ず赤とする！



以上より、求める色の塗り分け方は

$$5 \times (4 - 1)! = 5 \times 6 = \underline{\underline{30}} \text{ (通り)}$$

必ずしも難しい問題ではないのですが、出題が英語だったので、意味が取れなかったかもしれませんね。また、意味がわかって、立体図形で回転させて、一致するものを除外していかなければならないので、なかなか発想しにくかったかもしれません。図形に限らず、自由度が大きすぎるとどう考えてよいのかわからなくなるので、何某かの制限を加えて考えることはよくあります。手法の1つとして心得て下さい。

この問題は入試や模擬試験などでも出たことがあるようで、割合定番の問題です。で、このままで少し簡単なので、追加の問題を今回の Quest としましょう。

Quest

使える色が6色用意されている。立方体の各面を、同じ色が隣り合わないよう塗り分けるとき、塗り方は何通りあるか。ただし、立方体を回転させて一致する塗り方は同じ塗り方とみなす。また、6色のうち使用しない色があっても良い。

【2月5日（月）17:00 締切】